

## TRAVAUX DIRIGES

### L'ASTROLABE « PRENEUR D'ETOILES »

Astrolabe signifie en grec "preneur d'étoiles". C'est un instrument ancien qui permet des calculs astronomiques, par le mouvement d'une "carte" des étoiles les plus brillantes du ciel, par rapport aux lignes permettant de les situer depuis le lieu d'observation.

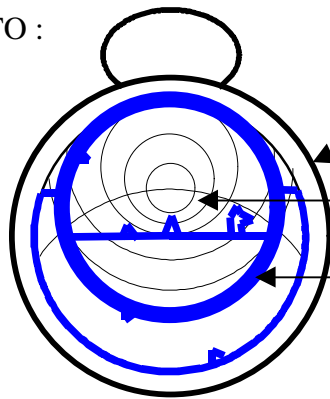
Son principe est décrit par le grec **Ptolémée**, à Alexandrie au II<sup>ème</sup> siècle, puis il connu un très grand succès dans le **monde Arabe** à partir du IX<sup>ème</sup> siècle, où l'on fabriqua de véritables chefs-d'œuvre. Il permettait en particulier de déterminer l'heure des prières, les instants de lever et de coucher du soleil, de trouver la *qibla* (direction de la Mecque) ...

Astrolabe - © BNF Paris



### DESCRIPTION D'UN ASTROLABE :

AU RECTO :

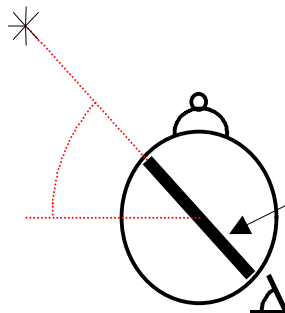


Sur la **mère** (*umm*), sont superposés autour d'un axe :

- le **tympan** dont les lignes correspondent à l'horizon et aux coordonnées locales;
- l'**araignée** (*ankabut*), mobile, dont les crochets représentent les étoiles les plus brillantes.

L'astrolabe se tient verticalement au moyen d'un anneau fixé au **trône** de Dieu (*kursi*).

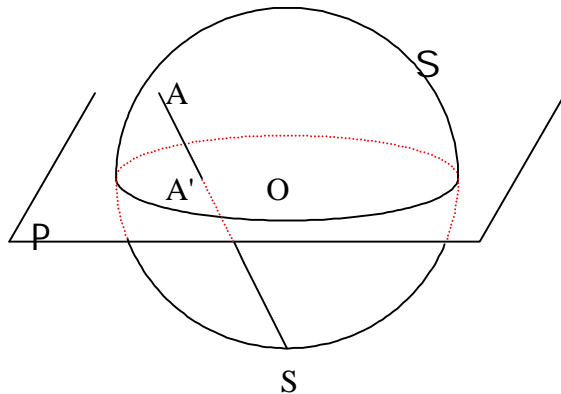
AU VERSO :



Une tige mobile nommée **alidada** (*al-idada* = la pièce forgée) et munie de deux œilletons, les **pinnules**, permet de viser les astres. Un quadrant divisé en degrés donne ainsi la hauteur de l'astre visé.

L'objectif de ce TD est la construction d'un astrolabe simplifié. Vos calculs d'astrolabistes amateurs seront basés sur le principe de la projection stéréographique, découvert par le grec Hipparque au II<sup>ème</sup> siècle avant J.C. .

## I LA PROJECTION STEREOGRAPHIQUE :

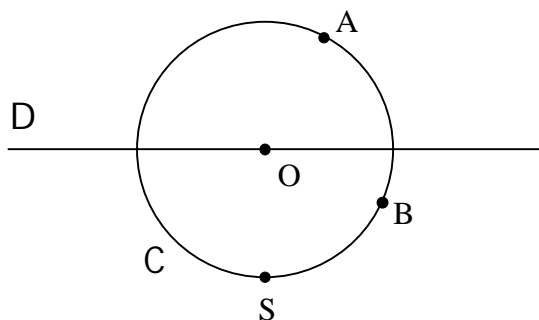


On ne peut pas projeter la sphère  $S$  sur le plan  $P$  sans déformations. On peut cependant conserver certaines propriétés.

La projection stéréographique de pôle  $S$  projette la sphère  $S$  (sauf le point  $S$ ) sur le plan  $P$  de la façon suivante :

Le point  $A$  de  $S$  a pour image le point  $A'$  de  $P$  où  $A'$  est l'intersection de la droite  $(SA)$  avec le plan  $P$ .

Plaçons nous dans le plan contenant les points  $A, O, S$  :



On considère la projection stéréographique de pôle  $S$ , par laquelle le cercle  $C$ , sauf le point  $S$ , a pour image la droite  $D$ .

- 1) Tracer les images des points  $A$  et  $B$ .
- 2) Déterminer l'antécédent du point  $O$ .
- 3) Y a-t-il des points invariants (qui sont leur propre image) ?
- 4) On désigne par  $x$  l'angle géométrique  $\widehat{AOA'}$  et par  $R$  le rayon de  $C$ , montrer que :

$$OA' = R \tan\left(45^\circ - \frac{x}{2}\right) \quad (1).$$

- 5) On désigne par  $y$  l'angle géométrique  $\widehat{BOB'}$ , montrer que :

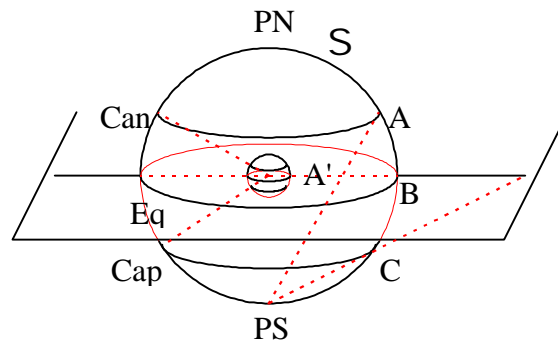
$$OB' = R \tan\left(45^\circ + \frac{y}{2}\right) \quad (2).$$

La projection stéréographique possède les propriétés suivantes (qui font son intérêt) :

- Conservation des angles (deux courbes formant un certain angle sur  $S$  ont des images formant le même angle sur  $P$ ) et en particulier de la tangence.
- L'image d'un cercle sur  $S$  (ne passant pas par  $S$ ) est un cercle sur  $P$ .

## II CONSTRUCTION DE L'ARAIGNEE :

L'araignée, par les extrémités de ses crochets, est une représentation, par projection stéréographique, de la **voûte céleste**. On désigne ainsi une grande sphère (fictive) sur laquelle se situeraient les étoiles. On fait donc "comme si" celles-ci étaient toutes à la même distance de la Terre.



Le point O est le centre de la Terre, qui sera par la suite supposée réduite à ce point.

Sur la voûte céleste  $S$ , on prolonge les pôles terrestres, l'équateur, les tropiques du Cancer et du Capricorne.

Le plan  $P$ , qui contient l'équateur céleste, est le plan de construction (réduite) de l'araignée.

Pour cela, on effectue la projection stéréographique de pôle sud (céleste) PS sur le plan  $P$ .

L'araignée sera limitée par la projection du tropique du Capricorne (les étoiles situées au sud de ce tropique n'y figureront pas). Son bord sera donc un cercle de centre O et de rayon  $OC'$ .

1) On décide de prendre  $OC' = 9$  cm. Tracer, sur la feuille de **papier calque**, un cercle de centre O et de rayon 9cm.

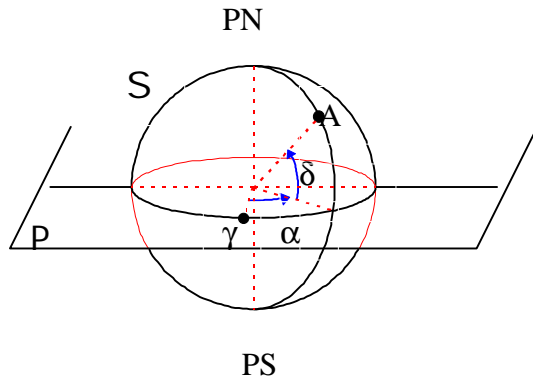
2) A l'aide de la formule (2), du § I, avec  $y = \widehat{BOC} = 23,5^\circ$ , donner une valeur approchée de  $R = OB$ , puis tracer le cercle de centre O représentant l'équateur céleste sur l'araignée.

3) A l'aide de la formule I (1), avec  $x = \widehat{BOA} = 23,5^\circ$ , donner une valeur approchée de  $OA'$ , puis tracer le cercle de centre O représentant le tropique du Cancer sur l'araignée.

4) La trajectoire du Soleil durant l'année, sur la voûte céleste, se nomme le **cercle de l'écliptique**. Ce cercle se situe entre les deux tropiques, auxquels il est tangent. D'après les propriétés de la projection stéréographique, il vous faut donc, pour représenter l'écliptique sur l'araignée, tracer un cercle tangent aux deux tropiques.

Au point de tangence avec le tropique du Capricorne, noter 21/22 décembre. A partir de ce point, et en tournant dans le sens direct, on rencontre l'équateur (noter 20/21 mars et la lettre grecque gamma :  $\gamma$ , c'est la désignation astronomique de ce point), puis, au point de tangence avec le tropique du Cancer, noter 21/22 juin. Enfin, au second point de rencontre de l'équateur, noter 22/23 septembre.

Pour situer les étoiles les unes par rapport aux autres sur la voûte céleste, on utilise un système de coordonnées angulaires, analogues à la longitude et à la latitude.



La position de l'étoile représentée en A sur la voûte céleste, est donnée par les angles  $\alpha$  (mesuré à partir du point  $\gamma$ ) et  $\delta$ .

$\alpha$  = **ascension droite.**

$\delta$  = **déclinaison.**

Ces valeurs sont "fixes" pour chaque étoile.

On va, à titre d'exemple, placer sur l'araignée l'étoile Altaïr (*at-ta'ir* = [l'aigle] volant) de la constellation de l'Aigle. Très lumineuse dans le ciel d'été, elle forme avec Deneb (*danab* = la queue [du cygne]) et Vega (*al-waqi'* = [l'aigle] tombant) le triangle d'été.

**Altaïr** :  $\alpha \approx 297,6^\circ$  ;  $\delta \approx 8,8^\circ$  .

En projection stéréographique, les étoiles seront disposées sur l'araignée comme les verrait un œil divin situé par-dessus les étoiles, au-dessus du pôle nord céleste (donc "à l'envers" de ce que l'on voit depuis la Terre ou sur les cartes du ciel du commerce).

5) Pour situer Altaïr sur l'araignée :

a) On note A le point correspondant à Altaïr sur S et A' sa projection sur P par la projection stéréographique de pôle PS. Calculer OA' par la formule I (1) en prenant

$x = \delta = 8,8^\circ$ .

b) Mesurer, à partir du point  $\gamma$ , l'angle  $\alpha = 297,6^\circ$  dans le sens direct.

6) Graduer le cercle de l'écliptique, en indiquant le 1<sup>er</sup> jour de chaque mois, d'après le tableau ci-dessous (ascension droite du soleil donnée par les éphémérides, dans le sens direct à partir du point  $\gamma$ ).

Ascension droite du Soleil :

| 1 <sup>er</sup>  | JAN    | FEV    | MAR    | AVR   | MAI   | JUN   | JUI   | AOU    | SEP    | OCT    | NOV    | DEC    |
|------------------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\alpha \approx$ | 281,2° | 314,3° | 341,7° | 10,1° | 38,0° | 68,6° | 99,7° | 130,9° | 160,0° | 186,9° | 215,9° | 246,8° |

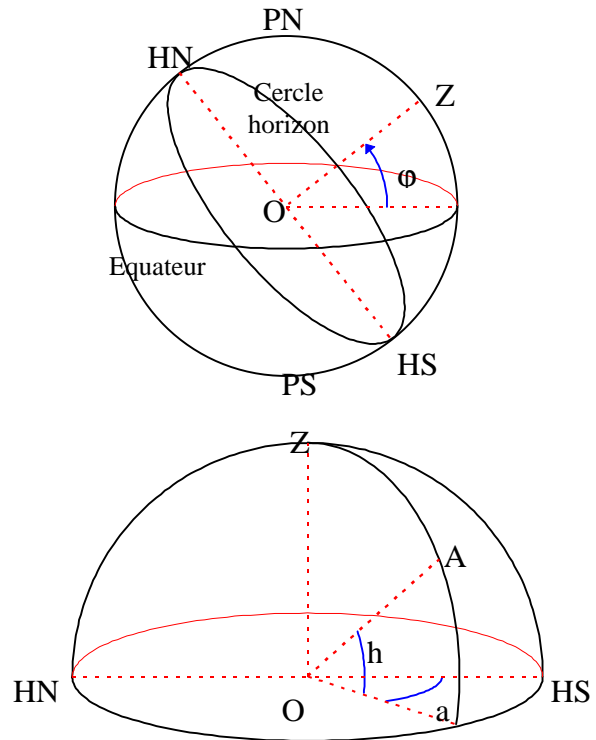
### III CONSTRUCTION D'UN TYMPAN :

Depuis le lieu d'observation, les étoiles sont repérées par des coordonnées locales, qui dépendent de l'endroit (latitude), de l'heure et de la date : l'**azimut**  $a$  (en  $^\circ$  à partir du sud) et la **hauteur**  $h$  (angle en  $^\circ$  à partir de l'horizon) - voir schéma.

Sur un tympan correspondant à la **latitude de Paris**  $\phi \approx 48,9^\circ$ , on représente, par la même projection stéréographique que pour l'araignée, les repères correspondant aux coordonnées locales.

Z est le **zénith** (la verticale du lieu d'observation). Le plan de l'**horizon** est perpendiculaire à (OZ) : HN est l'horizon nord, HS est l'horizon sud.

A est un astre repéré à la latitude  $\phi$ , à un instant, un jour donné, par son azimut  $a$  et sa hauteur  $h$ .

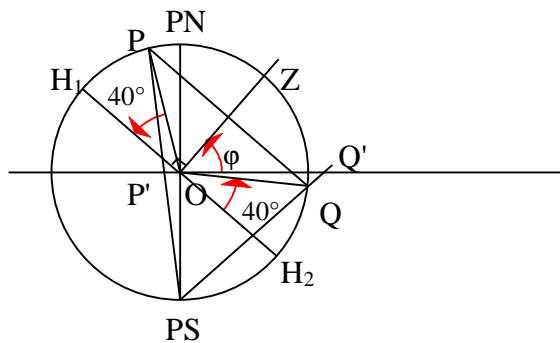


1) Sur papier blanc, tracer un cercle de centre O et de rayon 9 cm figurant le tympan pour la latitude de Paris.

Le cercle horizon y sera représenté par le cercle de diamètre  $H_1H_2$ . Pour le tracer :

- a) Calculer, à l'aide de la formule I (1), la distance  $OH_1$ . Reporter sur le dessin un tel point  $H_1$  (indiquer en dessous : Nord).
- b) Calculer, à l'aide de la formule I (2), la distance  $OH_2$ . En déduire la distance  $H_1O'$  où  $O'$  est le milieu de  $[H_1H_2]$ . Placer le point  $O'$  sur le tympan, de sorte que  $H_1, O, O'$  soient alignés dans cet ordre.

Tracer l'arc de cercle de centre  $O'$  passant par  $H_1$  et contenu dans le tympan. Indiquer aux bord Est et Ouest (ne pas oublier que c'est une vue de dessus).



2) On souhaite représenter sur le tympan le cercle d'égal hauteur (*almucantar*) correspondant aux astres situés à  $h = 40^\circ$ .

Pour ce faire, on procède comme précédemment, pour tracer sur le tympan le cercle de diamètre  $[P'Q']$ .

a) Calculer, à l'aide de la formule I (1), la distance  $OP'$ . Placer le point  $P'$  correspondant de sorte que  $P', O$  et  $O'$  soient alignés dans cet ordre.

b) Calculer, à l'aide de la formule I (2), la distance  $OQ'$ . En déduire la distance  $P'I'$  où  $I'$  est le milieu de  $[P'Q']$ . Placer le point  $I'$  de sorte que  $P', O, I'$  soient alignés dans cet ordre. Tracer le cercle de centre  $I'$  passant par  $P'$  ( $y$  indiquer  $h = 40^\circ$ ).

3) Sur une couronne d'un centimètre autour du tympan, on souhaite marquer une graduation permettant la lecture de l'heure.

Sachant que que la Terre effectue  $360^\circ$  en 24h, à combien de degrés correspond 1 heure ?

Indiquer 0 h dans la direction du nord, 12 h dans la direction du sud, puis graduer les heures dans le sens négatif de rotation.

#### IV EXEMPLES D'UTILISATION DE L'ASTROLABE :

##### 1) Lecture de l'heure la nuit :

Nous sommes le 1<sup>er</sup> juillet (c'est les vacances!), Altaïr a été mesurée à  $40^\circ$  vers l'est. Placer l'araignée de sorte qu'il en soit ainsi.

Par alignement de  $O$  avec la position du soleil le 1<sup>er</sup> juillet, lire sur la graduation extérieure l'heure qu'il est (heure solaire vraie).

##### 2) Détermination de l'heure du lever du Soleil :

On souhaite déterminer l'heure du lever du Soleil le 1<sup>er</sup> avril à Paris.

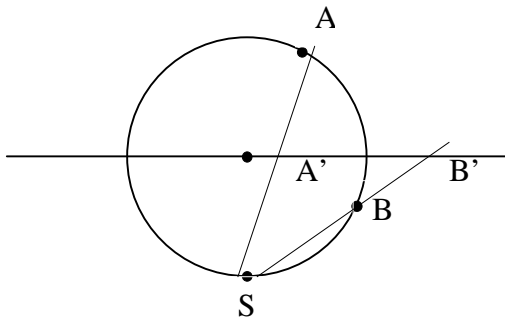
Placer la position du soleil ce jour à l'horizon est. Quelle heure est-il ?

Quelle est l'heure du coucher du soleil le 1<sup>er</sup> avril à Paris ?

**CORRIGE**

I – Projection stéréographique :

1)



2) Le point O a pour antécédent le pôle nord N.

3) Les points invariants sont à l'intersection de D et de C .

4) Le triangle OAS est isocèle en O d'où :  
 $2 \text{ OSA}' = 180^\circ - (90^\circ + x)$  d'où  
 $\text{OSA}' = 90^\circ - (45^\circ + x/2) = 45^\circ - x/2$ .

Dans le triangle rectangle A'OS, on a  
 $\tan \text{OSA}' = \text{OA}' / R$  d'où :

$$\text{OA}' = R \tan(45^\circ - \frac{x}{2}) \quad (1).$$

5) Le triangle OBS étant isocèle en O, on a :

$$2 \text{ OSB} = 180^\circ - (90^\circ - y) \quad \text{d'où}$$

$$\text{OSB} = 45^\circ + y/2 .$$

Dans le triangle rectangle B'OS, on a :  
 $\tan \text{OSB}' = \text{OB}' / R$  d'où

$$\text{OB}' = R \tan(45^\circ + \frac{x}{2}) \quad (2).$$

II – Construction de l'araignée :

2) D'après (2),  $\text{OC}' = R \tan(45^\circ + 23,5^\circ/2)$   
 or  $\text{OC}' = 9 \text{ cm}$ .

$$\text{Donc } R = \frac{9}{\tan 56,75^\circ} \approx 5,9 \text{ cm}.$$

3) D'après (1),

$$\text{OA}' = R \tan(45^\circ - \frac{23,5^\circ}{2}) \approx 3,9 \text{ cm}.$$

5) D'après (1), pour A = Altaïr,

$$\text{OA}' = R \tan(45^\circ - \frac{8,8^\circ}{2}) \approx 5,06 \text{ cm}.$$

III – Construction d'un tympan :

1) a) D'après (1), on a

$$2) \text{ OH}'_1 = R \tan(45^\circ - \frac{180^\circ - 90^\circ - \varphi}{2})$$

$$\text{OH}'_1 = R \tan 24,45^\circ \approx 2,7 \text{ cm}.$$

b) D'après (2),

$$\text{OH}'_2 = R \tan(45^\circ + \frac{90^\circ - \varphi}{2}) \approx 12,98 \text{ cm}.$$

D'où  $\text{H}'_1\text{H}'_2 = \text{H}'_1\text{O} + \text{OH}'_2 \approx 15,7 \text{ cm}$

$$\text{Et } \text{H}'_1\text{O}' = \frac{1}{2} \text{H}'_1\text{H}'_2 \approx 7,8 \text{ cm}.$$

2) a) D'après (1),

$$\text{OP}' = R \tan(45^\circ - \frac{\text{P}\hat{\text{O}}\text{P}'}{2})$$

$$= R \tan(45^\circ - \frac{180^\circ - 50^\circ - \varphi}{2}) \approx 0,46 \text{ cm}.$$

b) D'après (2),

$$\text{OQ}' = R \tan(45^\circ + \frac{\text{Q}'\hat{\text{O}}\text{Q}}{2})$$

$$= R \tan(45^\circ + \frac{90^\circ - \varphi - 40^\circ}{2})$$

$$\approx 6,01 \text{ cm}.$$

On en déduit que  $\text{P}'\text{I}' = \frac{1}{2} \text{P}'\text{Q}'$

$$= \frac{1}{2} (\text{P}'\text{O} + \text{OQ}') \approx 3,2 \text{ cm}.$$

3) 1 heure correspond à  $15^\circ$ .

IV – Utilisation :

1) Il est environ 22h40 (« heure solaire vraie »). La précision est de l'ordre du quart d'heure.

2) Lever du soleil aux environs de 5h45 et coucher du soleil aux environs de 18h15 (« heure solaire vraie »).

## DEROULEMENT DU T.D.

---

- Durée :
- 1 heure 30 en classe entière : Description, principe de la projection stéréographique.
  - 1 heure en ½ classe (TD) : Construction de l'araignée.
  - 1 heure en ½ classe (module) : Construction d'un tympan.
  - ½ heure en classe entière : Utilisation.

C'est à travail assez long, mais que l'on ne regrette pas. Expérimenté sur une classe de seconde (réputée difficile) d'un lycée technique, il a rencontré un vif intérêt de la part des élèves. Ils ont été à la fois valorisés d'être ainsi pris au sérieux (vu la difficulté de certains concepts) et très admiratifs de l'ingéniosité des anciens. La réussite de ce TP est en grande partie due au fait que l'on construit la maquette de l'astrolabe au fur et à mesure, ce qui contraint à une concentration certaine (pour le tracé) et à l'envie de le voir fonctionner.

## REFERENCES

---

☐ Les fiches pédagogiques du **C.L.E.A** (Centre de liaison astronomes-enseignants) : ASTROLABE – niveau Lycée.

Renseignements au :

C.L.E.A.  
Laboratoire d'Astronomie  
bâtiment 470  
Université Paris Sud  
91405 ORSAY Cedex

☐ **Histoire des sciences arabes** – Sous la direction de R. Rashed – Tome Astronomie.

☐ Revue **Ciel et Espace** – Février 1998 – « Les secrets de l'astrolabe ».

☐ Un **projet pédagogique** est en cours sur une classe de seconde au **lycée technique E.**

**Branly de Créteil**, sur l'année 98/99 : Histoire / Maths / Productique.

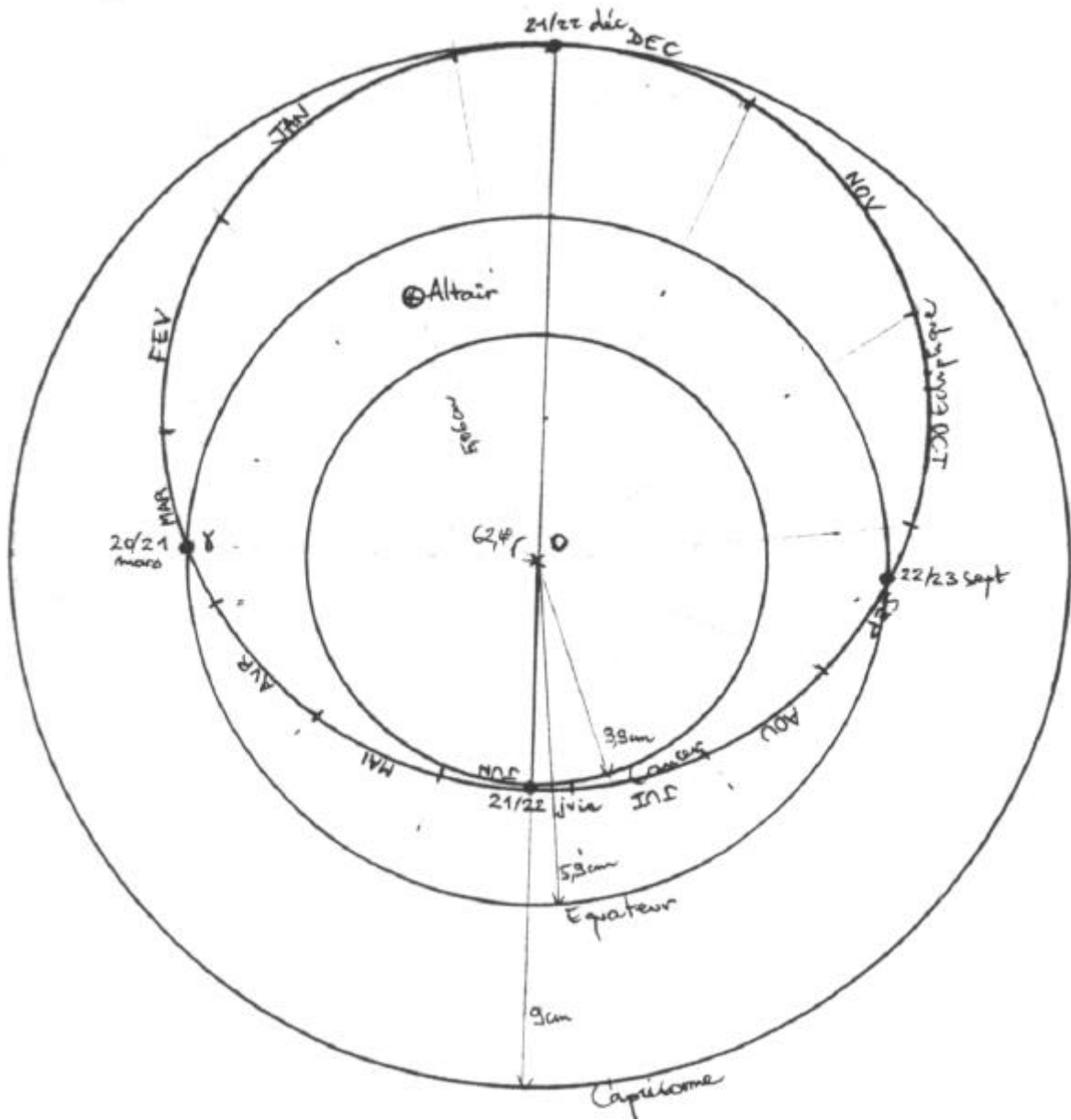
Après l'étude théorique en maths et un aperçu historique (du II<sup>ème</sup> siècle, aux Portugais du XV<sup>ème</sup>), **construction par chaque élève d'un astrolabe aux ateliers**. Observation de nuit.

Pour tout renseignement :

[dutarte@club-internet.fr](mailto:dutarte@club-internet.fr)



ASTROLABE (Corrigé)  
ARAIGNEE



ASTROLABE (Corrigé)  
TYMPAN

