

**TRAVAUX
DIRIGES**

**MESURE D'UN MERIDIEN PAR
TRIANGULATION**

-580	THALES (-à Milet) considère la terre comme une grande galette, dans une bulle entourée d'eau.
-570	PYTHAGORE considère que la terre est ronde comme une boule, parce qu'il s'agit d'une forme "parfaite".
-335	ARISTOTE donne des preuves de la rotondité de la terre, en particulier son ombre sur la lune lors d'une éclipse de lune.
-230	ERATOSTHENE (à Alexandrie) mesure un méridien et donne une bonne valeur approchée du rayon terrestre.
+400	ST AUGUSTIN , en occident, rejette la sphéricité de la terre. C'est une régression jusqu'au X ^{ème} siècle.
IX - XI siècles	Les astronomes et géographes ARABES perfectionnent les instruments de mesure et prolongent la tradition grecque.
1670	PICARD mesure par triangulation un arc de méridien entre Amiens et Paris.
1669/1716	Les CASSINI mesurent un arc de méridien entre Dunkerque et Collioure d'où il ressort que la terre serait aplatie à l'équateur. NEWTON déduit du mouvement du pendule à différentes latitudes l'aplatissement aux pôles.
1736/1743	MAUPERTUIS (en Laponie), BOUGUER et LA CONDAMINE (au Pérou) vérifient, par triangulation, l'aplatissement aux pôles.

LA "MESURE DE LA TERRE" PAR L'ABBE PICARD

En 1666, **COLBERT** crée l'Académie des sciences. Il est persuadé que de meilleures cartes permettraient d'améliorer la gestion et l'aménagement de la France.

Dès 1668, **L'ABBE PICARD** met en œuvre une opération géodésique de grande envergure. Selon son rapport à l'Académie, "*outré que par ce moyen on aurait une carte la plus exacte qui ait encore été faite, on en tirerait cet avantage de pouvoir déterminer la grandeur de la terre*". Picard se servit des principes de la triangulation, méthode déjà appliquée par le hollandais **SNELLIUS**. Il construisit une **chaîne de treize triangles** en partant d'une **base** mesurée sur le terrain (une deuxième base permettra une vérification) et complétée par des **mesures d'angles** à partir de points visibles les uns des autres (tours, clochers, ...).

Ayant calculé la longueur totale d'un arc de méridien, il ne reste plus qu'à mesurer la latitude aux extrémités pour savoir de quelle fraction de méridien il s'agit.

Picard conçoit lui même ses instruments de mesure et, le premier, va utiliser une lunette munie d'un réticule.

Vous avez ci-jointe, une copie extraite du rapport de Picard "Mesure de la Terre".

- 1) Vérifier le calcul de AC fait par Picard (il y a 6 pieds dans une toise)
 - 2) Justifier l'affirmation finale de Picard "*il a été facile de conclure la distance GE*".
- Effectuer le calcul, en sachant que la toise de Paris est égale à 1,949 m.

CORRIGE

1) En utilisant la formule des sinus, on a :

$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}}$$

$$\text{d'où } AC = AB \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} = 5663 \frac{\sin 95^{\circ}6'55''}{\sin 30^{\circ}48'30''}.$$

Ainsi **AC ≈ 11 012,89 toises**. On retrouve donc bien les 11 012 toises 5 pieds obtenus par Picard.

2) Pour le calcul de GE, on utilise la formule du cosinus (Théorème d'Al Kashi) dans le triangle GED :

$$GE^2 = DG^2 + DE^2 - 2 DG \times DE \times \cos \hat{E}DG.$$

D'après le document de Picard,

$$DG = 25\,643 \text{ toises,}$$

$$DE = 8\,870,5 \text{ toises,}$$

$$\begin{aligned} \hat{E}DG &= \hat{E}DC + \hat{C}DF + \hat{F}DG \\ &= 65^{\circ}16'30'' + 32^{\circ}32'20'' + 30^{\circ}20'40'' \\ &= 128^{\circ}9'30''. \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$GE^2 =$$

$$25643^2 + 8870,5^2 - 2 \times 25643 \times 8870,5 \times \cos(128^{\circ}9'30'')$$

$$\text{D'où } GE \approx 31\,895,5 \text{ toises c'est à dire}$$

31 895 toises et 3 pieds.

REFERENCES

□ Michelle GREGOIRE et Marie-Françoise JOZEAU – La mesure du méridien – Revue Mnémosyne n°12 – Groupe M:A.T.H. – En vente par correspondance à :

IREM Paris VII

Tour 56/55 – 3^{ème} étage

Case 7018

2, place Jussieu

75251 Paris Cedex 05 .

34 *Mesure de la Terre,*
 qui ne donnoient les minutes que de six
 en six, ils n'ont pas laissé d'approcher de
 la justesse autant qu'il étoit nécessaire,
 pour faire voir qu'on ne s'étoit pas trompé
 aux conclusions.

I. TRIANGLE ABC.
 Pour connoître le côté AC.

CAB..... $54^{\circ}4'35''$.
 ABC..... $95^{\circ}6'55''$.
 ACB..... $30^{\circ}48'30''$.
 AB..... 5663 Toises de mesure actuelle.
 Donc AC..... 11012 Toises 5 pieds.
 Et BC..... 8954 Toises.

II. TRIANGLE ADC.
 Pour DC & AD.

DAC..... $77^{\circ}25'50''$.
 ADC..... $55^{\circ}0'10''$.
 ACD..... $47^{\circ}34'0''$.
 AC..... 11012 Toises 5 pieds.
 Donc DC..... 13121 Toises 3 pieds.
 Et AD..... 9922 Toises 2 pieds.

III. TRIANGLE DEC.
 Pour DE & CE.

DEC..... $74^{\circ}9'30''$.
 DCE..... $40^{\circ}34'0''$.
 CDE..... $65^{\circ}16'30''$.
 DC..... 13121 Toises 3 pieds.
 Donc DE..... 8870 Toises 3 pieds.
 Et CE..... 12389 Toises 3 pieds.

par M. l'Abbé Picard.

IV. TRIANGLE DCF.
 Pour DF.

DCF..... $113^{\circ}47'40''$.
 DFC..... $33^{\circ}40'0''$.
 FDC..... $32^{\circ}32'20''$.
 DC..... 13121 Toises 3 pieds.
 Donc DF..... 21658 Toises.

Notez que dans ce quatrième triangle,
 l'angle DFC a été augmenté de $10''$,
 qui manquoient à la somme des
 trois angles.

V. TRIANGLE DFG.
 Pour DG & FG.

DFG..... $92^{\circ}5'20''$.
 DGF..... $57^{\circ}34'0''$.
 GDF..... $30^{\circ}20'40''$.
 DF..... 21658 Toises.
 Donc DG..... 25643 Toises.
 Et FG..... 12963 Toises 3 pieds.

Ensuite de ces cinq triangles, il a été
 facile de conclure la distance GE entre
 Malvoisine & Marcuil, sans supposer
 aucune nouvelle Observation.

